SOLUCIONARIO
MATEMATICA Experiencia PSU MA-01-2M-2018

1. **La alternativa correcta es C**

La prioridad en la operatoria indica que primero deben realizarse las multiplicaciones y divisiones, antes de la resta:

$66 \cdot 0{,}1 - 0{,}6 : 0{,}1 = 6{,}6 - 6 = 0{,}6$

2. **La alternativa correcta es C**

Los decimales periódicos o semiperiódicos deben transformarse en fracciones para realizar su operatoria:

$$0{,}1\overline{6} + 0{,}2 \cdot 1{,}\overline{3} = \frac{16-1}{90} + \frac{2}{10} \cdot \frac{13-1}{9} = \frac{\cancel{15}^{1}}{\cancel{90}_{6}} + \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}} \cdot \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}} = \frac{1}{6} + \frac{4}{15} = \frac{5+8}{30} = \frac{13}{30}$$

Al hacer la división de 13 por 30 resulta el decima $0{,}4\overline{3}$.

3. **La alternativa correcta es B**

Al hacer la división de 5 por 6, resulta el decimal 0,833333…, es decir $0{,}8\overline{3}$

I)	Falso.	Como después de la coma decimal hay un dígito que no forma parte del periodo, el número es un número decimal infinito semiperiódico.
II)	Verdadero.	El periodo del número está conformado por las cifras que se repiten, que en este caso es solo la cifra 3, un dígito.
III)	Falso.	Para redondear se debe observar si la siguiente cifra a la elegida es superior o igual a 5. Para el número 0,8**3**3… la cifra a continuación de la centésima (marcada en negrita) es un número tres, y el redondeo queda 0,83, que es un número menor al original, por lo que la aproximación obtenida es por defecto y no por exceso.

4. **La alternativa correcta es D**

Si 36 es divisor de n, todos los números que son divisores de 36 también lo serán del número n: {1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36}, que son nueve números.

5. **La alternativa correcta es C**

Como los números M y N son números reales, estos pueden ser racionales o irracionales, entonces

I)	Falso.	Si M es un racional no negativo, indica que $M \geq 0$, al multiplicar con N, número irracional, el producto podría ser irracional o cero, que es racional.
II)	Falso.	Si M y N son racionales, entonces también podrían ser igual a cero, por tanto el cuociente entre ellos podría ser cero, pero al ser el denominador igual a cero, el cuociente se indetermina.
III)	Verdadero.	Si M es entero, que pertenece al conjunto de los racionales, sumado a un racional, da como resultado un racional.

6. **La alternativa correcta es D**

P = 5,734857

I)	Correcto.	Al aproximar por exceso un número positivo, se debe escoger la cifra inmediatamente superior en la posición señalada. Para el caso 5,**7**34857, la cifra de la décima es 7, por tanto se escoge el 8, y queda 5,8, número mayor al original.
II)	Correcto.	La aproximación por truncamiento implica eliminar todas las cifras que están después de la posición decimal escogida. Con el número 5,73**4**857, el truncamiento a la milésima implica eliminar todas las cifras después del número 4, con lo que queda 5,734, que es un número menor al original.
III)	Incorrecto.	Al redondear a la centésima el número 5,7**3**4857, se observa que la cifra a continuación es un 4, con lo que la cifra de la centésima queda igual, y por tanto resulta 5,73 que es un número inferior al original, es decir es una aproximación por defecto.

7. **La alternativa correcta es A**

Una aproximación por exceso implica una modificación en el número de modo tal de conseguir una cifra con mayor valor. Para el número -2,3741, una aproximación por exceso a la centésima será A = -2,37 (mayor que el número original).
Para la cifra 3,5286, una aproximación por redondeo a la centésima será B = 3,53.
Entonces:

B - A = 3,53 – (-2,37) = 3,53 + 2,37 = 5,90

8. **La alternativa correcta es B**

Para que $\dfrac{n}{n + 3}$ sea un número real, el denominador debe ser diferente de cero; es decir $n + 3 \neq 0$, entonces n debe ser distinto de -3.

(1) Insuficiente. Solo informa que el valor de n es diferente a cero, pero no informa si es diferente a -3.

(2) Suficiente. Si n es par debe ser diferente a -3, que es impar.

Como la información (2) por sí sola permite asegurar que la expresión es un número real, no se junta la información con (1).

9. **La alternativa correcta es E**

Haciendo un esquema de la situación se tiene que:

Inicial	**Primer día**	**Segundo día**	**Tercer día**
T	Se vende $\frac{1}{3}$T		
	No se vende $\frac{2}{3}$T	Se vende $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}T = \frac{1}{3}T$	
		No se vende $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}T = \frac{1}{3}T$	$\longrightarrow$ Se vende $\frac{1}{3}$T

Resulta que todos los días se vendió la misma cantidad que el día anterior.

10. **La alternativa correcta es B**

Haciendo un esquema de la situación se tiene que:

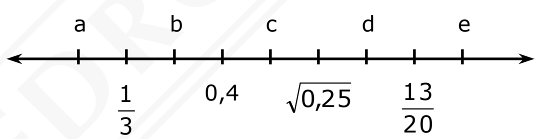
Inicial	**Primera semana**	**Segunda semana**	**Tercera semana**
$280.000	Pagó $\frac{1}{7}\cdot 280.000 = 40.000$		
	Deuda $\frac{6}{7}\cdot 280.000 = 240.000$	Pagó $\frac{3}{8}\cdot 240.000 = 90.000$	
		Deuda $240.000 - 90.000 = 150.000$	Pagó $\frac{2}{5}\cdot 150.000 = 60.000$
			Saldo 150.000 – 60.000 = 90.000

Con lo que el saldo a cancelar es de $ 90.000.

También se puede calcular en forma directa utilizando las fracciones que corresponden a la deuda sin cancelar:

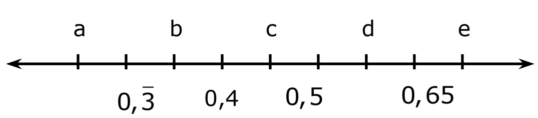
$280.000\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{5} = 90.000$.

11. **La alternativa correcta es D**



Para ubicar el número 0,55 en la recta es necesario conocer los valores de las expresiones numéricas dadas:

$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5 \qquad \frac{13}{50} = 13:50 = 0,65 \qquad \frac{1}{3} = 1:3 = 0,\overline{3}$$



Con los valores encontrados se puede indicar que la letra que mejor representa a 0,55 es la letra D.

12. **La alternativa correcta es D**

Para comparar los números debemos escribirlos de forma similar, lo que se puede lograr con el mismo índice en la raíz:

a = $\sqrt{5}$	b = $\sqrt[3]{7}$	$c = \pi$, se tomará aproximadamente igual a 3 = $\sqrt{9}$	$d = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$
$\sqrt[2\cdot3]{5^3}$	$\sqrt[3\cdot2]{7^2}$	$\sqrt[2\cdot3]{9^3}$	$\sqrt[2\cdot3]{8^3}$
$\sqrt[6]{125}$	$\sqrt[6]{49}$	$\sqrt[6]{729}$	$\sqrt[6]{512}$

Por tanto se tiene que b < a < d < c.

También se podrían estimar los valores colocando límites con números enteros:

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
$2 < a < 3$

$\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8}$
$1 < b < 2$

$c \approx 3$

$\sqrt{4} < 2\sqrt{2} < \sqrt{9}$
$\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$
$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$
$2 < \sqrt{5} < \sqrt{8} < 3$

Por tanto b es el menor, después a, d y el mayor es c.

13. **La alternativa correcta es B**

Lo importante de las figuras es la cantidad de palitos que las forman, y se tiene:

Figura	1	2	3
Cantidad de palitos	6	10	14

La secuencia comienza con 6 palitos y se incrementa 4 palitos para cada figura. Sea n el número de la figura, entonces:

Cantidad de palitos = 6 + 4(n – 1) = 6 + 4n – 4 = 2 + 4n

Para n = 40
Cantidad de palitos = 2 + 4n = 2 + 4 · 40 = 2 + 160 = 162.

14. **La alternativa correcta es A**

Desarrollando las potencias:

$$\frac{9 \cdot 10^6 - 4 \cdot 10^4}{3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^2} = \frac{9.000.000 - 40.000}{3.000 - 200} = \frac{8.960.000}{2.800} = \frac{12800}{4} = 3.200$$

15. **La alternativa correcta es E**

5 horas = 10 medias horas

inicial	Primera media hora	Segunda media hora	Tercera media hora
1	$1 \cdot 2$	$1 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^2$	$1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1 \cdot 2^3$

Y de esta forma hasta completar la 10 medias horas, la cantidad de infectados será 2^{10}, igual a 1024 infectados.

16. **La alternativa correcta es D**

I) Número Real. $\sqrt[3]{-7}$ es un número real, ya que el índice de la raíz es impar.

II) Número Real. $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ es un número real:

$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{49}-\sqrt{16\cdot 3}} = \sqrt{\sqrt{49}-\sqrt{48}}$, con $\sqrt{49} > \sqrt{48}$.

III) Indeterminado. La división por cero no está definida.

17. **La alternativa correcta es D**

Si $n \in \mathbb{N}$, con $n \geq 2$, se puede asegurar que $\sqrt[n]{a}$ es un número real, si:

(1) Suficiente. Con n par, para que la expresión $\sqrt[n]{a}$ sea real **a** debe ser positivo. Con **a** número primo, se puede asegurar que **a** es positivo, y por tanto la expresión es un número real.

(2) Suficiente. Con a número real no negativo, es decir positivo o cero, cualquiera sea el índice de la raíz, la expresión corresponde a un número real.

18. **La alternativa correcta es B**

Se trata de una ecuación exponencial, ya que la incógnita se encuentra en el exponente.

$5^a + 3 \cdot 5^a = 3^3$ factorizando

$5^a (1 + 3) = 27$

$5^a \cdot 4 = 27$ despejando

$5^a = \dfrac{27}{4}$ aplicando logaritmo de base 5

$$\log_5 5^a = \log_5\left(\frac{27}{4}\right)$$

$$a\cancel{\log_5 5}^{1} = \log_5\left(\frac{27}{4}\right)$$

$$a = \log_5\left(\frac{27}{4}\right)$$

19. **La alternativa correcta es B**

La situación propuesta se debe resolver utilizando las propiedades de logaritmos:

$\log_{10} a = \log a$: la base 10 no se escribe en los logaritmos.

$\log_b a^n = n\log_b a$

$\log_b (ac) = \log_b a + \log_b c$

Entonces:

$$\log 3.000^2 = 2\log 3.000 = 2(\log 3 \cdot 1000) = 2(\log 3 + \log 1000) = 2(\log 3 + 3) = 2\log 3 + 6$$

20. **La alternativa correcta es D**

$16a^5b^2c = 2^4\ a^5b^2c$ $\quad$ $8a^6b^2 = 2^3\ a^6b^2$ $\quad$ $12b^5 = 2^2 \cdot 3 \cdot b^5$

El m.c.m entre números, es un número tal que contiene en forma exacta a los números en comento. Para esto es necesario que el mínimo común múltiplo esté formado por todas las bases que forman los números, con sus máximos exponentes:

$$2^4 \cdot 3\ a^6b^5c = 16 \cdot 3\ a^6b^5c = 48\ a^6b^5c$$

El M.C.D. entre números, es un número tal que divide a todos los números en comento, resultando números enteros. Para esto es necesario que el máximo común divisor esté formado por todas las bases comunes de los números, con el mínimo de los exponentes:

$$2^2\ b^2 = 4\ b^2$$

21. **La alternativa correcta es C**

$-[-(a - b)^2] - (b - a)^2 = +(a - b)^2 - (b - a)^2 = 0$

Ya que $(a - b)^2$ es igual a $(b - a)^2$.

22. **La alternativa correcta es C**

Cuando Pedro regala dinero, éste se resta a la cantidad de dinero que tiene originalmente:

$$\begin{aligned}(9x + 3y) - (2y - 4x) - (7x + 2y) &= 9x + 3y - 2y + 4x - 7x - 2y \\ &= 9x + 4x - 7x + 3y - 2y - 2y \\ &= 6x - y\end{aligned}$$

23. **La alternativa correcta es E**

$$\frac{m-mn}{n} : \frac{qn-q}{n^2} = \frac{\cancel{m(1-n)}^{-1}}{\cancel{n}} \cdot \frac{n^{\cancel{2}}}{q\cancel{(n-1)}} = \frac{-mn}{q}$$

24. **La alternativa correcta es D**

$$\frac{x^2(zx^2-zy^2)}{z^2(x^2+2xy+y^2)(y-x)} = \frac{x^2z\left(x^2-y^2\right)}{z^2\left(x+y\right)^2(y-x)} = \frac{x^2\cancel{z}\cancel{(x-y)}^{-1}\cancel{(x+y)}}{z^{\cancel{2}}\left(x+y\right)^{\cancel{2}}\cancel{(y-x)}} = \frac{-x^2}{z\left(x+y\right)}$$

25. **La alternativa correcta es C**

$$\begin{aligned} M &= \frac{T+1}{T-1} \quad / -1 \\ M-1 &= \frac{T+1}{T-1} - 1 \\ M-1 &= \frac{T+1-T+1}{T-1} \\ M-1 &= \frac{2}{T-1} \end{aligned}$$

Entonces, para la expresión pedida:

$$\frac{M}{M-1} = \frac{\frac{T+1}{T-1}}{\frac{2}{T-1}} = \frac{T+1}{T-1} \cdot \frac{T-1}{2} = \frac{T+1}{2}$$

26. **La alternativa correcta es B**

Si la cantidad de cajas que embala diariamente cada persona se denota por las iniciales de los nombres, entonces Carolina = C; Clara = Cl y Valentina = V; representando lo señalado en el texto, se tiene:

$$V = 300 \qquad (1)$$

$$Cl = 600 + \frac{1}{3}C \qquad (2)$$

$$C = 2 \cdot 300 + \frac{1}{3}Cl \qquad (3)$$

Reemplazando la ecuación (2) en la ecuación (3):

$$C = 600 + \frac{1}{3}\left(600 + \frac{1}{3}C\right)$$

$$C = 600 + 200 + \frac{1}{9}C$$

$$C - \frac{1}{9}C = 800$$

$$\frac{8}{9}C = 800$$

$$C = 900$$

Entonces, $Cl = 600 + \frac{1}{3}900 = 600 + 300 = 900$

Entre las tres embalan:

V + C + Cl = 300 + 900 + 900 = 2.100

27. **La alternativa correcta es D**

La cantidad total de poleras es igual a 30, entonces T + R = 30.

La cantidad de poleras por el precio de cada una, da la cantidad de dinero gastado en cada tipo de polera, y la suma de estas expresiones dará el costo total.

8.500T + 12.500 R = 335.000

28. **La alternativa correcta es E**

Se pueden determinar los valores de p y q, si:

(1) Insuficiente. Con q es el inverso aditivo de p, entonces q = -p, pero no se conoce el valor de ninguno de ellos.

(2) Insuficiente. Con p + q = 0, implica q = -p, pero no se conoce el valor de ninguno de ellos.

Ambas sentencias entregan la misma información. Se requiere información adicional para conocer los valores de p y q.

29. **La alternativa correcta es C**

$$x = \frac{c}{d} \Rightarrow xd = c$$

Reemplazando la expresión de c en la fracción dada:

$$\frac{c+d}{c-d} = \frac{xd+d}{xd-d} = \frac{d(x+1)}{d(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

30. **La alternativa correcta es A**

$$\boxed{p,q,r} = \left(\frac{p+q}{p-r}\right)^{-1}, \text{ entonces } \boxed{-1,2,-3} = \left(\frac{-1+2}{-1-(-3)}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

31. **La alternativa correcta es D**

Para determinar el área de un triángulo se necesita conocer la base, que en este caso es igual a k, y la altura del triángulo, que se calculará por el teorema de Pitágoras:

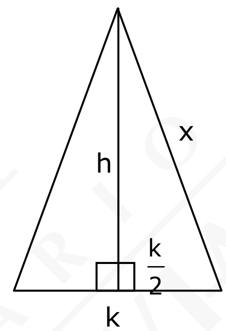
$$h^2 + \left(\frac{k}{2}\right)^2 = x^2$$

$$h^2 + \frac{k^2}{4} = x^2$$

$$h^2 = x^2 - \frac{k^2}{4} \quad /\sqrt{\ }$$

$$h = \sqrt{\frac{4x^2 - k^2}{4}}$$

$$h = \frac{\sqrt{4x^2 - k^2}}{2}$$

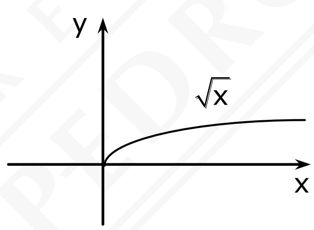


Entonces el área del triángulo:

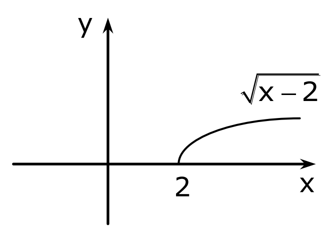
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{1}{2}k \cdot \frac{\sqrt{4x^2 - k^2}}{2} = \frac{k\sqrt{4x^2 - k^2}}{4}$$

32. **La alternativa correcta es C**

La traslación de una función en el eje x, se realiza sumando o restando un coeficiente dentro de la función. Si se resta el coeficiente, el desplazamiento es hacia la derecha.



Posición inicial



Desplazamiento en el eje X

33. **La alternativa correcta es C**

Para evaluar un punto en la función $f(x) = \dfrac{3\sqrt{x - 8}}{2}$, se reemplaza el valor de x en la ecuación de la función:

$$f(12) = \frac{3\sqrt{12 - 8}}{2} = \frac{3\sqrt{4}}{2} = 3$$

$$f\left(\frac{33}{4}\right) = \frac{3\sqrt{\frac{33}{4} - 8}}{2} = \frac{3\sqrt{\frac{33-32}{4}}}{2} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$f(12) - f\left(\frac{33}{4}\right) = 3 - \frac{3}{4} = \frac{12-3}{4} = \frac{9}{4} = 2{,}25$$

34. **La alternativa correcta es A**

Para evaluar un punto en la función $h(x) = \dfrac{x^{-5}}{125}$, se reemplaza el valor de x en la ecuación de la función:

$$h(0{,}2) = h\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{\left(\frac{1}{5}\right)^{-5}}{125} = \frac{5^5}{5^3} = 5^2 = 25$$

35. **La alternativa correcta es C**

Se necesita conocer el valor de k, antes de determinar la composición de las funciones h(x) y t(x).

$$\left.\begin{aligned} h(x) &= \frac{x^2}{4} \quad \Rightarrow h(4) = \frac{4^2}{4} = 4 \\[2ex] t(x) &= x + 4 \quad \Rightarrow t(4) = 4 + 4 = 8 \end{aligned}\right\} h(4) \cdot t(4) = 4 \cdot 8 = 32 = k$$

$$(h \circ t)\left(\frac{k}{4}\right) = (h \circ t)\left(\frac{32}{4}\right) = (h \circ t)(8) = h\big(t(8)\big) = h(8+4) = h(12) = \frac{12^2}{4} = \frac{144}{4} = 36$$

36. **La alternativa correcta es E**

En correspondencia al lenguaje algebraico:
a x se restan 2 unidades = x – 2
la suma entre x y el 5 = x + 5

Se multiplican ambos factores = $(x - 2)(x + 5) = x(x + 5) - 2(x + 5)$
$= x^2 + 5x - 2x - 10$
$= x^2 + 3x - 10$

37. **La alternativa correcta es C**

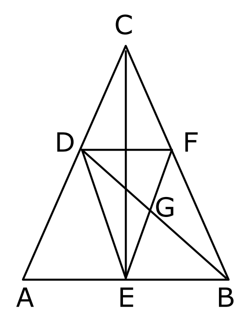
Se puede determinar el valor de A + B

(1) Insuficiente. Si $2^A = 8$, entonces $2^A = 2^3$, con lo que A = 3, pero se desconoce el valor de B.

(2) Insuficiente. Si $8^{A-B} = 64$, entonces $8^{A-B} = 8^2$, con lo que A – B = 2. Con esta información no se puede determinar el valor de A, ni de B.

Al juntar ambas informaciones, se puede determinar el valor de B.
Si A = 3, con A - B = 2 $\Rightarrow$ B = A – 2 = 3 – 2 = 1. Entonces, A + B = 3 + 1 = 4.

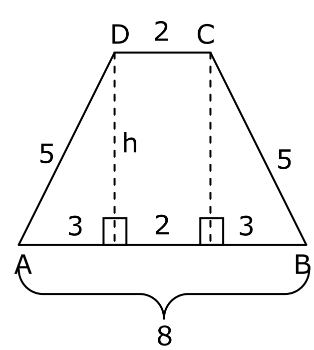
38. **La alternativa correcta es A**



Como D, E y F son puntos medios, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$ y $\overline{DE}$ son medianas y por tanto paralelas a los lados opuestos, con lo que el cuadrilátero AEFD es un romboide.

El romboide AEFD es congruente con el romboide EBFD, el cual está dividido en cuatro triángulos equivalentes, de igual área: $\triangle$DFG, $\triangle$DGE, $\triangle$BGE y $\triangle$BGF. Por tanto, cada uno de estos triángulos tiene un área de 3 cm^2.

39. **La alternativa correcta es D**

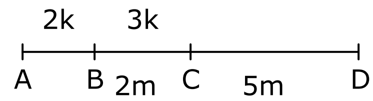


Colocando los datos entregados en el trapecio isósceles de la figura.
Se debe considerar que como es un trapecio isósceles AD = BC = 5 cm. Además, las distancias en la bases está equitativamente repartidas, de modo que se formará un triángulo rectángulo de catetos 3 cm, hipotenusa 5 cm, con lo que el cateto correspondiente a la altura del trapecio (h) mide 4 cm.

$$\text{Área trapecio} = \frac{DC + AB}{2} \cdot h = \frac{2 + 8}{2} \cdot 4 = 20 \text{ cm}^2$$

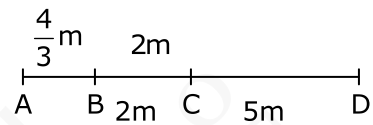
40. **La alternativa correcta es D**

Colocando la información dada en la figura, con k y m, constantes de proporcionalidad.
Haciendo una igualación para el trazo BC:



$$3k = 2m \quad \Rightarrow \quad k = \frac{2}{3}m$$

Colocando todos los trazos en relación de una sola constante:



I) Falso. Reemplazando las medidas de los segmentos, $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{\frac{4}{3}m}{5m} = \dfrac{4}{15}$.

II) Verdadero. Si BC = 18 cm, entonces 2m = 18 y m = 9, con lo que $AB = \dfrac{4}{3}m = \dfrac{4}{3}\cdot 9 = 12$ cm.

III) Verdadero. $\dfrac{CD}{AD} = \dfrac{5m}{\frac{4}{3}m + 7m} = \dfrac{5m}{\frac{25}{3}m} = \dfrac{3}{5}$

41. **La alternativa correcta es A**

Para una rotación de 90° en sentido antihorario, con centro en el origen, se tiene que el cambio de las coordenadas es $(x, y) \xrightarrow{R_{90°;origen}} (-y, x)$, entonces:

$$A(3,4) \xrightarrow{R_{90°;origen}} A'(-4,3)$$

El punto A' se somete a la traslación T(-1,-2), obteniéndose A''

$$A'(-4,3) + T(-1,-2) = A''(-5,1)$$

42. **La alternativa correcta es E**

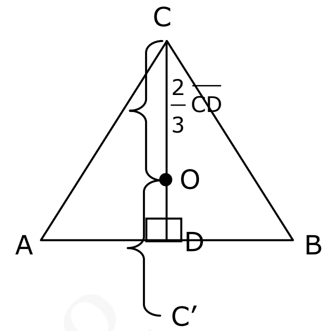
Las simetrías de (x, y) con respecto a los ejes cartesianos dan los siguientes resultados:

Simetría con respecto al eje X: $(x, y) \xrightarrow{\text{Simetría Eje X}} (x, -y)$

Simetría con respecto al eje Y: $(x, y) \xrightarrow{\text{Simetría Eje Y}} (-x, y)$

$$(1,3) \xrightarrow{\text{Eje X}} (1,-3) \xrightarrow{\text{Eje Y}} (-1,-3)$$

43. **La alternativa correcta es D**

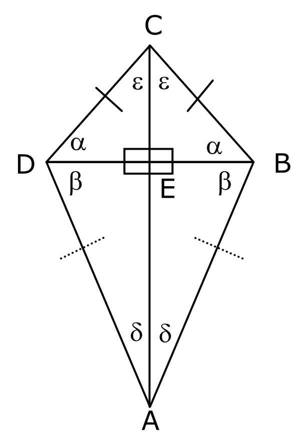


Como el triángulo ABC es equilátero, O que es el circuncentro (intersección de las simetrales), también es el ortocentro (intersección de las alturas), y el centro de gravedad (intersección de las transversales de gravedad).
Como, la medida de la altura de un triángulo equilátero de lado **a** corresponde a $\frac{\mathbf{a}\sqrt{3}}{2}$, se tiene que para el triángulo ABC de lado 6 cm, la altura $\overline{CD} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.
Ahora utilizando la propiedad de la transversal de la gravedad se tiene que $\overline{CO} = \frac{2}{3}\overline{CD}$, por tanto $\overline{CO} = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.
C′ es el simétrico de C, con respecto al punto O, con lo que la distancia CC′ es el doble de la distancia CO, es decir $\overline{CC'} = 2\overline{CO} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ cm.

44. **La alternativa correcta es B**

Si $\Delta ABC \cong \Delta EDF$, entonces se cumple, dado el orden de los vértices que:
AC = EF = 3 cm; CB = DF = 4 cm.

45. **La alternativa correcta es E**



Se redibuja la figura para que realmente evidencie las características de un deltoide simétrico:

- $\overline{CD} \cong \overline{CB}$ y $\overline{DA} \cong \overline{BA}$
- Las diagonales AC y BD son perpendiculares.
- La diagonal principal dimidia a la diagonal menor $\overline{DE} \cong \overline{EB}$.
- Se forman dos triángulos isósceles ΔDCB y ΔDBA.
- Las alturas CE y AE, en los triángulos isósceles son, además, bisectrices del ángulo del vértice, C y A, respectivamente.

A) Verdadero. $\Delta ABE \cong \Delta ADE$, por criterio ALA
B) Verdadero. $\Delta AED \cong \Delta AEB$, por criterio ALA
C) Verdadero. $\Delta ABC \cong \Delta ADC$, por criterio LAL
D) Verdadero. $\Delta CBE \cong \Delta CDE$, por criterio ALA
E) Falso. ΔABD y ΔCDB no son congruentes, ya que no tienen elementos congruentes.

46. **La alternativa correcta es C**

Se establece una relación de semejanza entre las dos situaciones:

$$\frac{\text{Altura árbol}}{\text{Largo sombra árbol}} = \frac{\text{Altura joven}}{\text{Largo sombra joven}}$$

$$\frac{3}{0,5} = \frac{x}{0,25}$$

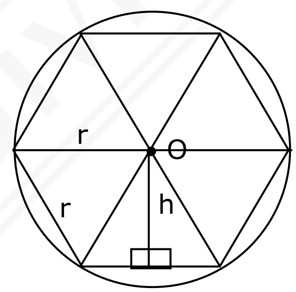
$$\frac{3 \cdot 0,25}{0,5} = x$$

$$1,5 = x$$

47. **La alternativa correcta es D**

Un hexágono regular está construido por seis triángulos equiláteros, por tanto el área de un hexágono regular está dada por $6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

En caso de que el hexágono esté inscrito en una circunferencia, el radio de la circunferencia es igual al lado del hexágono.

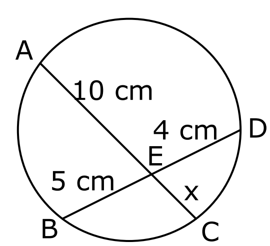


(1) Suficiente. Se conoce el radio de la circunferencia, que es igual al lado del hexágono regular que se inscribe en ella.

(2) Suficiente. La distancia desde el centro de simetría, centro de la circunferencia O, al lado del hexágono equivale a la altura de uno de los triángulos equiláteros, igual a $h = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, con lo que se conocería el radio de la circunferencia, que es igual al lado del hexágono.

48. **La alternativa correcta es C**

Aplicando proporcionalidad en la circunferencia, con respecto a las cuerdas se tiene que:



$$BE \cdot ED = AE \cdot EC$$

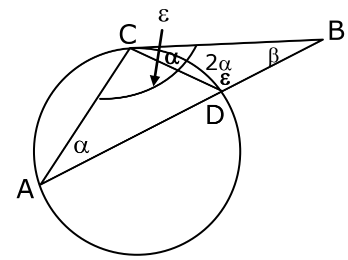
$$5 \cdot 4 = 10 \cdot x$$

$$2 = x$$

Entonces, la longitud del segmento AC = 10 + x = 10 + 2 = 12 cm.

49. **La alternativa correcta es C**

Con A, D y C son puntos sobre la circunferencia, BC es tangente en C y $\overline{AB}$ intersecta la circunferencia en D, se coloca la información de los ángulos según su posición, entonces:



A) Falso. No se puede asegurar que $\overline{AC} \cong \overline{BC}$.

B) Falso. $\measuredangle DBC = \beta$, mientras que $\measuredangle BCD = \alpha$, ya que es un ángulo seminscrito que subtiende el arco DC igual a 2α.

C) Verdadero. $\Delta ABC \sim \Delta CBD$, por el criterio AA.

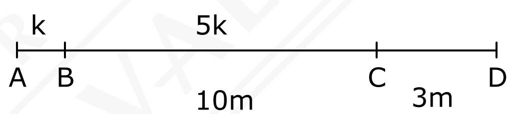
D) Falso. ΔDBC y ΔADC no son semejantes ya que no se comprueba ningún criterio de semejanza.

E) Falso. No siempre se puede asegurar que $\overline{AD} \cong \overline{DB}$.

50. **La alternativa correcta es D**

Según los antecedentes dados en el ejercicio, con k y m constantes de proporcionalidad, se tiene:

Como AB = 4 cm = k.



Con 10m = 5k, entonces
10m = 5 · 4
10m = 20
m = 2

Con lo que CD = 3m = 3 · 2 = 6.

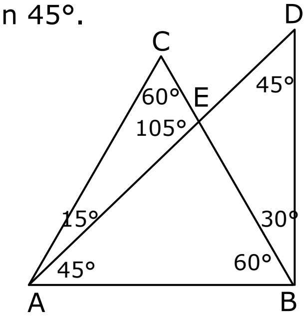
51. **La alternativa correcta es E**

Son dos pentágonos regulares, por tanto son dos figuras semejantes.
La razón de las áreas de dos figuras semejantes es proporcional al cuadrado de la longitud de lados homólogos, entonces:

$$\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{a}{3a}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

52. **La alternativa correcta es D**

El triángulo ABC es equilátero, por tanto todos sus ángulos interiores miden 60°.
Con $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ y $\overline{AB} \cong \overline{BD}$, entonces $\measuredangle DAB$ y $\measuredangle BDA$ miden 45°.



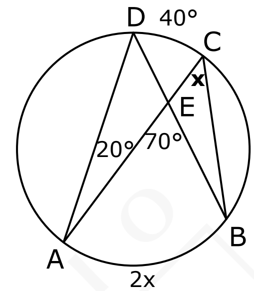
$\measuredangle CAD = 60° - 45° = 15°$

Para el ΔABC:

$\measuredangle AEC = 180° - 60° - 15° = 105°$.

53. **La alternativa correcta es B**

Como $\measuredangle DAC = 20°$, entonces el arco CD = 40°. Así también $\measuredangle ACB = x$, el arco AB = 2x.
Se trata de ángulo interior de la circunferencia:



$$\measuredangle AEB = \frac{\text{arco AB + arco CD}}{2}$$

$$70 = \frac{2x + 40}{2}$$

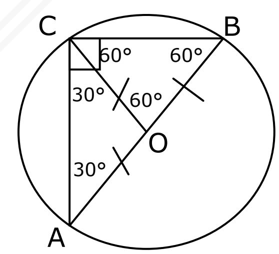
$$140 = 2x + 40$$

$$100 = 2x$$

$$50 = x$$

54. **La alternativa correcta es B**

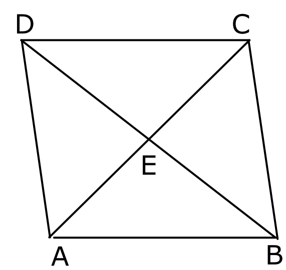
El triángulo ABC al estar inscrito en la semicircunferencia es rectángulo en C, por tanto el ángulo en el vértice C mide 90°.
Si el arco BC mide 60°, por tanto $\measuredangle COB = 60°$, por tanto el triángulo OBC es un triángulo equilátero.



$\measuredangle ACO = 90° - 60° = 30°$.

55. **La alternativa correcta es E**

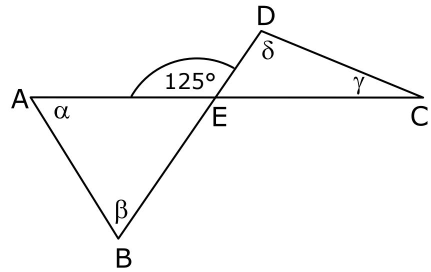
Se tiene un cuadrilátero, en el cual:



- $\overline{AE} \cong \overline{EC}, \overline{BE} \cong \overline{ED}$, es decir la diagonales se dimidian por lo que es un paralelogramo. (Se descarta la opción C) trapecio).
- Con las diagonales $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, entonces el paralelogramo puede ser un rombo o un cuadrado. (Se descartan las opciones B) romboide y D) rectángulo).
- Con $\overline{DB} \cong \overline{AC}$, es decir diagonales congruentes, solo puede ser un cuadrado.

56. **La alternativa correcta es E**

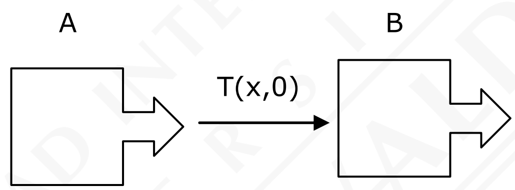
El $\measuredangle$AED es un ángulo exterior al triángulo AEB y al triángulo DEC, por lo que es igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes, por tanto:



$$\begin{array}{l} \alpha + \beta = 125° \\ \delta + \gamma = 125° \\ \hline \alpha + \beta + \delta + \gamma = 250° \end{array}$$

57. **La alternativa correcta es C**

I) Verdadero. La figura B se obtuvo al aplicar una traslación a la figura A, ya que los lados homólogos son paralelos.



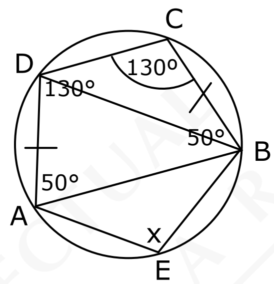
II) Verdadero. Al rotar en 90° en torno al punto O en sentido horario, la figura A se puede obtener la figura C.

III) Falso. Al aplicar una simetría central se obtiene una figura rotada en 180°, y no en 90°, como se muestra en la figura D.

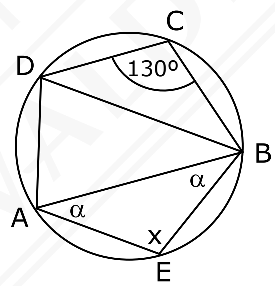
58. **La alternativa correcta es E**

Cada uno de los ángulos interiores en un pentágono regular mide 108°, por lo que el dato del $\measuredangle$DCB = 130° indica que no se trata de un pentágono regular.

(1) Insuficiente. Con $\overline{AD} \cong \overline{BC}$, se puede determinar que el cuadrilátero ABCD es un trapecio isósceles con medidas angulares que se indican en la figura, pero con las cuales no se puede determinar el ángulo pedido.



(2) Insuficiente. Con $\overline{AE} \cong \overline{EB}$, se puede indicar que el triángulo AEB es isósceles de base AB, pero no se puede determinar el valor del ángulo pedido.



Dado que la suma de los ángulos interiores de un pentágono es igual a 540°, juntando la información de (1) y (2) se tiene que:

$2\alpha + x + 2 \cdot 130° + 2 \cdot 50° = 540°$
$2\alpha + x + 360° = 540°$

con lo que se tiene una ecuación con dos incógnitas. Se requiere información adicional.

59. **La alternativa correcta es A**

La secuencia de las seis primeras potencias enteras no negativas de 2, es:

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5
1	2	4	8	16	32

Media o promedio = $\dfrac{1+2+4+8+16+32}{6} = \dfrac{63}{6} = 10{,}5$

Mediana (dato ubicado en el centro de un conjunto ordenado de datos) = $\dfrac{4+8}{2} = 6$

$\dfrac{\text{media}}{\text{mediana}} = \dfrac{10{,}5}{6} = 1{,}75$

60. **La alternativa correcta es E**

Intervalo	**Frecuencia**	**Frecuencia Acumulada**
[10 – 20[	15	15
[20 – 30[	20	35
[30 – 40[	**25**	**60**
[40 – 50[	18	**78**
[50 – 60[	22	100

I) Verdadero. El intervalo modal es el intervalo con mayor frecuencia y corresponde a [30 – 40[. El percentil 50 corresponde al lugar donde se encuentra el 50% de los 100 datos de la tabla, correspondiendo al intervalo [30 – 40[, donde se encuentran los datos desde el número 36 al 60.

II) Verdadero. Los datos menores a 40 se encuentran en los tres primeros intervalos, que en total son 60 datos (al sumar las frecuencias 15 + 20 + 25 = 60).

III) Verdadero. El percentil 75 se ubica según la fórmula $\dfrac{75}{100}(100+1) = 75{,}75$, que indica que el percentil 75 se encuentra entre el dato ubicado en el lugar 75 y 76, que se encuentran en el intervalo [40 – 50[.

61. **La alternativa correcta es A**

Notas	Marca de clase	Frecuencia	Marca · frecuencia
[4,0 – 5,0[	4,5	12	54,0
[5,0 – 6,0[	5,5	15	82,5
[6,0 – 7,0[	6,5	8	52,0
Total		35	188,5

La media aritmética: $\frac{188,5}{35} = 5,38571....$, que truncada a la centésima es 5,38.
El intervalo modal es [5,0 – 6,0[con una frecuencia de 15, y le corresponde una marca de clase de 5,5.

5,5 – 5,38 = 0,12

62. **La alternativa correcta es D**

Se plantea el promedio de las muestras para determinar el dato faltante:

$$8,22 = \frac{x + 7,1 + 8,3 + 9,5 + 7,5}{5}$$
$$41,1 = x + 32,4$$
$$8,7 = x$$

El error muestral es la diferencia entre el promedio de la muestra y el promedio de la población, y en este caso piden el valor absoluto:

$$\left|\bar{x} - \mu\right| = \left|8,7 - 8,22\right| = 0,48$$

63. **La alternativa correcta es D**

Si la cantidad de elementos del conjunto es impar, implica que la mediana, elemento central, está presente en el conjunto.
El conjunto está dado por {m - 4, m - 2, m, m + 2, m+ 4}

I) Verdadero. Como el mayor de los elementos del conjunto es m + 4, entonces el sucesor es m + 5.

II) Verdadero. Al agregar los dos pares siguientes al mayor, el conjunto quedaría {m - 4, m - 2, m, **m + 2**, m + 4, m + 6, m + 8}, y la mediana sería m + 2, ya que este término está en la posición central de conjunto.

III) Falso. Al agregar los dos sucesores pares siguientes, la media aritmética cambia.
media aritmética inicial = m
media aritmética final =
$$\frac{m - 4 + m - 2 + m + m + 2 + m + 4 + m + 6 + m + 8}{7} = \frac{7m + 14}{7} = m + 2 .$$

64. **La alternativa correcta es E**

Sueldos (en miles de pesos)	**Nº de trabajadores**	**Frecuencia acumulada**
[270, 370[	4	4
[370, 470[	8	12
[470, 570[	14	26
[570, 670[	30	56
[670 ó más	34	90

A) Falso. Ganan a lo menos $ 470.000, la cantidad de trabajadores de los intervalos [470, 570[y superiores, es decir hay 14+30+34=78 trabajadores.

B) Falso. El número total de empleados es 90, que es lo que se obtiene al sumar todas las frecuencias (número de trabajadores).

C) Falso. La mediana de los sueldos, dato promedio entre la posición 45 y 46, se encuentra en el intervalo [570, 670[, según se observa en la frecuencia acumulada.

D) Falso. Cuando se dice que "ganan a lo más $ 470.000", implica que ganan como máximo ese sueldo, pero el segundo intervalo no considera este valor, por lo que no es posible determinar lo pedido.

E) Verdadero. El primer cuartil de la distribución de sueldos se encuentra en la posición de $\frac{1}{4}(N+1) = \frac{1}{4} \cdot 91 = 22{,}75$, es decir entre las posiciones 22 y 23, que se encuentran en el intervalo [470, 570[.

65. **La alternativa correcta es D**

Colocando los datos del gráfico en una tabla de frecuencia:

Día	Km/hr	Tiempo (hr)	Km/hr · hr = Km
1	20	4	80
2	60	6	360
3	60	8	480
4	100	5	500
Total			1420

La distancia promedio para los cuatro días está dada por $\frac{1420}{4} = 355\,\text{km}$.

66. **La alternativa correcta es E**

Colocando los datos del gráfico en una tabla de frecuencia:

Miles de pesos x	Cantidad de trabajadores (f)	xf	Frecuencia acumulada
200	**5**	1000	5
230	**6**	1380	11
250	**6**	1500	17
280	**5**	1400	**22 (Me)**
350	7	2450	29
400	6	2400	35
Total	**35**	**10130**	

A) Falso. La moda es 350 mil pesos, con 7 trabajadores que reciben este sueldo.

B) Falso. La mediana (Me) es el valor que se encuentra en la mitad del conjunto de datos, que en este caso corresponde a la posición dada por $\frac{1}{2}(N+1) = \frac{1}{2}(35+1) = 18$, que es un sueldo de 280 mil pesos. La media es el promedio de los datos que se determina por $x = \frac{xf}{N} = \frac{10130}{35} \approx 289{,}43$ miles de pesos. Por tanto la media es mayor que la mediana.

C) Falso. Menos de \$ 350.000, ganan 5 + 6 + 6 + 5 = 22 trabajadores, que equivale a $\frac{22}{35} \cdot 100 = 62{,}8\%$.

D) Falso. La probabilidad de que gane más de \$ 250.000 es $\frac{18}{35}$.

E) Verdadero. El sueldo promedio de estos trabajadores es de $x = \frac{xf}{N} = \frac{10130}{35} \approx 289{,}43$ miles de pesos, y no supera los \$ 290.000.

67. **La alternativa correcta es D**

Meses	tº(ºC)
Julio	-8º
Agosto	-10º
Septiembre	-3º
Octubre	-1º
Noviembre	1º
Diciembre	3º

A) Incorrecto. La diferencia de temperaturas promedio de Septiembre y Diciembre, respectivamente, es -3 – 3 = -6ºC.

B) Incorrecto. La diferencia de temperaturas promedio de Julio y Agosto, respectivamente, es -8 – (-10) = 2ºC.

C) Incorrecto. No es posible asegurar que la temperatura más baja alcanzada en un día fue en el mes de Agosto, ya que solo se conoce la temperatura promedio del mes.

D) Correcto. La variación de temperaturas promedio de Septiembre y Octubre es (-3) - (-1) = -2°C, y entre Noviembre y Diciembre es 1 – 3 = -2°C, y son iguales.

E) Incorrecto. No es posible conocer cuando se produjo la temperatura más alta, ya que solo se informan los promedios.

68. **La alternativa correcta es C**

N° de horas	Marca de clase	frecuencia	frec. Acumulada	Marca de clase · frecuencia
[0, 2[	1	60	60	60
[2, 4[	3	72	132	216
[4, 6[	5	55	187	275
[6, 8[	7	21	208	147
total		208		698

I) Verdadero. En promedio corresponde a $\frac{698}{208} \approx 3,36$ hr, por tanto se puede concluir que las personas dedican, aproximadamente, entre 3 y 4 horas a ver televisión.

II) Falso. La mitad de las personas equivaldría a 104 personas, y no es posible determinar la cantidad de horas que ven televisión.

III) Verdadero. En el intervalo [2, 4[hr se pueden encontrar 72 personas y es el intervalo en el cual está la mayor cantidad de personas.

69. **La alternativa correcta es C**

Sea el conjunto A = {2,5,7,X,Y,Z,13}, para determinar su promedio es necesario conocer el valor de X, Y, Z, o en su defecto su suma.

(1) Insuficiente. X + Y = 19, se conoce la suma de dos elementos, pero falta el valor de Z.
(2) Insuficiente. Z = 12, se conoce el valor de Z, pero se desconoce los valores de Y, X.

Con (1) y (2) se conoce que la suma de los tres valores es 19 + 12, con lo que el promedio quedaría $x = \frac{2+5+7+X+Y+Z+13}{7} = \frac{2+5+7+19+12+13}{7} = \frac{58}{7} \approx 8{,}29$.

70. **La alternativa correcta es A**

Como se trata de formar ternas, en las cuales no importa el orden en que las personas sean nombradas, se trata de combinatoria.
Como Mario debe estar en todas la ternas, la cantidad de posibilidades está dada por $C_2^{14} \cdot 1$, es decir Mario y las combinaciones de 14 personas restantes tomadas en grupos de 2 personas (para completar la terna).
Cantidad de ternas entre 15 personas C_3^{15}

Probabilidad $= \frac{C_2^{14}}{C_3^{15}} = \frac{\frac{14!}{\cancel{12!}\cdot 2!}}{\frac{15!}{\cancel{12!}\cdot 3!}} = \frac{\cancel{14!}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{3}^{1}\cdot \cancel{2}}{\cancel{15}_{5}\cdot \cancel{14!}} = \frac{1}{5}$.

71. **La alternativa correcta es D**

Es una permutación de un conjunto de 4 elementos es decir es igual a

$4! = 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1 = 24$

72. **La alternativa correcta es D**

Es necesario determinar todos los casos posibles en los cuales se pueden utilizar los signos de punto y guión:

	Cantidad	
1 signo	2	Punto o guión
2 signos	4	Punto o guión para cada una de las opciones 2·2
3 signos	8	= 2·2·2
4 signos	16	= 2·2·2·2
Total	30	

73. **La alternativa correcta es A**

Con los datos entregados se deberá elaborar una tabla de doble entrada. En negrita están los datos que se han deducido de la información entregada:

	Hombres	Mujeres	Totales
Música	**10**	**8**	**18**
Artes	**10**	17	**27**
	4k	5k	45
	20	**25**	

Como la razón entre hombres y mujeres es de 4:5, se puede plantear la ecuación que: 4k + 5k = 45, con lo que k = 9, y se puede deducir la cantidad de hombres y mujeres del curso.

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{No artes}}{\text{total}} = \frac{\text{Música}}{\text{total}} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$$

74. **La alternativa correcta es E**

Cantidad total de números: 8
Cantidad de números 2: 2
Cantidad de números 6: 1

Probabilidad = probabilidad que salga un 2 · probabilidad que salga un 6

$$= \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$$

75. **La alternativa correcta es C**

La situación planteada es:

Caja 1	Caja 2
6 fichas rojas 8 fichas azules	10 fichas rojas 4 fichas azules

I) Verdadero. La probabilidad de extraer una ficha azul en la primera caja es $\frac{8}{14} = \frac{4}{7}$ y la probabilidad de extraer una ficha azul en la segunda caja es $\frac{4}{14} = \frac{2}{7}$. Por tanto la probabilidad de extraer una ficha azul en la primera caja es el doble de la probabilidad de extraer una ficha azul en la segunda caja.

II) Falso. La probabilidad de extraer una ficha roja en la primera caja es $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$; mientras que la probabilidad de extraer una ficha roja en la segunda caja es $\frac{10}{14} = \frac{5}{7}$, por tanto una no es el doble de la otra.

III) Verdadero. La probabilidad de extraer una ficha azul en la primera y una ficha azul en la segunda es $\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{14}_{7}} \cdot \frac{4}{\cancel{14}_{7}} = \frac{8}{49}$.

76. **La alternativa correcta es B**

La situación plantea determinar la probabilidad que los números salgan iguales al lanzar dos veces un dado:

$$P_1 \cdot P_1 + P_2 \cdot P_2 + P_3 \cdot P_3 + P_4 \cdot P_4 + P_5 \cdot P_5 + P_6 \cdot P_6 =$$
$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Por tanto el porcentaje de lanzamientos con el resultado pedido será:

$$\frac{1}{6} \cdot 100 = 16,\overline{6} \approx 17\%$$

77. **La alternativa correcta es E**

Total de mujeres: 8
Total de candidatos: 8 + 12 = 20.

$$P_{mujer} \cdot P_{mujer} = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19}$$

78. **La alternativa correcta es A**

Probabilidad de que la respuesta a una pregunta sea correcta = $\frac{1}{4}$

Probabilidad de que las cinco respuestas sean correctas = $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4^5}=\frac{1}{1024}$.

79. **La alternativa correcta es C**

Con los datos entregados se deberá elaborar una tabla de doble entrada, en negrita los datos que se han deducido de la información entregada:

	Hombres	Mujeres	Totales
+ 19 años	15	20	35
- 19 años	**0**	**5**	
	15	**25**	40

No hay hombres menores o igual a 19 años, por tanto la probabilidad es cero.

80. **La alternativa correcta es D**

En la urna hay solamente bolitas azules y verdes, de la misma forma y tamaño; se desea determinar la probabilidad de que al extraer dos bolitas, una tras otra sin reposición, ambas sean del mismo color, entonces

(1) Suficiente. La razón entre bolitas azules y verdes es de 3 : 5, implica la probabilidad de sacar bolita azul es $\frac{3}{8}$ y probabilidad de sacar bolita verde es $\frac{5}{8}$. Por tanto la probabilidad pedida es $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}$.

(2) Suficiente. Hay 10 bolitas verdes y 6 bolitas azules, por tanto la de sacar bolita verde es $\frac{10}{16}=\frac{5}{8}$, y la probabilidad de sacar bolita azul es $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$. Por tanto, la probabilidad pedida es $\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}+\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}$.